

Григорьев А.М., Ташлыков О.Л., Попель А.А., Кропачев Ю.А.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАДИАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ ПРИ МАРШРУТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНТЕРПОЛЯЦИИ НА ОСНОВЕ РАДИАЛЬНЫХ БАЗИСНЫХ ФУНКЦИЙ**

*Аннотация.* Приведены условия обеспечения радиационной безопасности персонала. Описаны содержание и пути реализации одного из основных принципов радиационной безопасности – принципа оптимизации. Показан потенциал маршрутной оптимизации в минимизации дозовых затрат персонала при перемещении и выполнении работ в нестационарных радиационных полях. Предложен и реализован алгоритм интерполяции, основанный на методе радиальных базисных функций, для построения радиационной карты помещения. Описан разработанный алгоритм определения оптимального маршрута с учетом обхода препятствий с использованием метода Дейкстры. Приведены результаты вычислительного эксперимента с использованием суперкомпьютера «Уран» и оценка эффективности разработанного алгоритма.

*Ключевые слова:* доза облучения; оптимизация радиационной защиты; сокращение времени пребывания персонала в полях ионизирующих излучений; оптимальный маршрут; динамическое программирование; радиальные базисные функции

*Abstract.* In this paper, we given the conditions for ensuring radiation safety of personnel. We described the content and ways of implementing one of the basic principles of radiation safety, the optimization principle. Shown the potential of route optimization in minimizing personnel dose costs when moving and performing work in non-stationary radiation fields. An interpolation algorithm based on the radial basis function method is proposed and implemented for constructing a radiation map of a room. We described the developed algorithm for determining the optimal route taking into account obstacle avoidance using the Dijkstra method. Finally, we presented the results of a computational experiment using the URAN supercomputer and an assessment of the effectiveness of the developed algorithm.

*Keywords:* radiation dose; radiation protection optimization; reduction of the staff time of stay in the fields of ionizing radiation; optimal route; dynamic programming; radial basis functions

### **Введение**

Рекомендации Международной комиссии по радиологической защите (МКРЗ), изложенные в Публикации 60, (1990) инициировали новые подходы к организации радиационной защиты и более жесткие требования к пределу дозы облучения – снижение с 50 (установлен для персонала в конце 1950-х годов) до 20 мЗв в год с возможностью усреднения. Это привело к снижению коллективных доз облучения персонала АЭС мира и России с начала 1990-х годов по настоящее время в 3-4 раза в основном за счет организационных и

технических мероприятий. В последнее время годовые коллективные дозы достигли некоторого стационарного уровня, незначительно меняются год от года в зависимости от характера и продолжительности ремонтных кампаний [1].

С учетом этих условий дальнейшая оптимизация радиационной защиты, являющаяся одним из фундаментальных принципов радиационной безопасности персонала, определяется реализацией комплекса мероприятий, направленных на управление индивидуальными дозами и индивидуальными рисками путем совершенствования организации выполнения радиационно-опасных работ, улучшения радиационной обстановки в помещениях, сокращения времени пребывания персонала в полях ионизирующего излучения [2].

Несмотря на то, что наибольший эффект в снижении дозовых нагрузок персонала при выполнении радиационно-опасных работ дает использование автоматизированных и роботизированных устройств и комплексов, пристальное внимание должно быть уделено оптимизации радиационной защиты по всем возможным направлениям (например, маршрутная оптимизация работ в нестационарных радиационных полях [3], [4], проектирование оптимального состава радиационно-защитных материалов [5], [6])

Особенностью выполнения работ в условиях воздействия источников ионизирующего излучения является неоднородность радиационных параметров (мощности дозы излучения) в различных точках помещения, определяемая различными уровнями радиоактивности оборудования и поверхностей, обратно пропорциональной квадратичной зависимостью от расстояния между источником излучения и человеком, а также некоторыми дополнительными факторами. В связи с этим возникает зависимость суммарной дозы облучения персонала при выполнении комплекса работ в данной рабочей зоне (помещении, боксе) от выбора траектории его перемещения в неоднородных радиационных полях. При этом самый короткий (по расстоянию) путь не означает минимальную дозу облучения. Маршрутная оптимизация является одним из эффективных способов минимизации дозовых затрат персонала при выполнении работ в неоднородных радиационных полях, включая перемещение, не требующим значительных материальных затрат [7-9].

Основной целью решения задач маршрутной оптимизации является нахождение минимума функционала качества – интегральной дозы облучения при выполнении комплекса работ в неоднородных радиационных полях [10]:

$$\sum_{i=1}^n \dot{H}_i \times t_i \rightarrow \min$$

где  $\dot{H}_i$  – мощность дозы в  $i$ -ой изодозной области;  $t_i$  – время нахождения человека в  $i$ -ой изодозной области радиационно-опасной зоны.

Работы по разработке методов и алгоритмов решения задач маршрутной оптимизации, ориентированных на применение в прикладных задачах атомной энергетики, ведутся специалистами УрФУ и Института математики и механики УрО РАН с начала 2000-х годов. За это время проведены фундаментальные исследования, теоретическое обоснование, построены расчетные алгоритмы, проведены вычислительные эксперименты, в том числе с использованием суперкомпьютера «Уран» ИММ УрО РАН [11, 12].

Исходными данными при решении задач маршрутной оптимизации являются значения радиационных параметров в отдельных точках помещения, в которых может находиться человек при выполнении работ. Как правило, эти значения, получаемые при измерении радиационных параметров перед проведением каких-либо работ, накапливаются в базе данных (например, по выводу из эксплуатации энергоблока АЭС [13, 14]). Поэтому данные по всем точкам помещения отсутствуют. Проведение измерений во всех точках помещения с определенным шагом только для составления картограммы радиационного поля привело бы к неоправданным дозам облучения дозиметристов. В связи с этим актуализируется задача определения параметров радиационных полей при маршрутной оптимизации с использованием интерполяции на основе радиальных базисных функций.

### **Общие обозначения и постановка задачи**

Сначала отметим некоторые общие понятия и обозначения, используемые ниже. Через  $\triangleq$  мы обозначаем равенство по определению. Семейство представляет собой множество, элементы которого являются множествами. Обозначим через  $\mathbb{R}$  вещественную прямую,  $\mathbb{R}_+ \triangleq \{\mathcal{E} \in \mathbb{R} \mid 0 \leq \mathcal{E}\}$ ,  $\mathbb{N} \triangleq \{1; 2; \dots\}$  и  $\mathbb{N}_0 \triangleq \mathbb{N} \cup \{0\} = \{0; 1; 2; \dots\}$ ,  $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{R}$ . С помощью  $p \in \mathbb{N}_0$  и  $q \in \mathbb{N}_0$  обозначим  $\overline{p, q} \triangleq \{t \in \mathbb{N}_0 \mid (p \leq t) \}$ . Для каждой упорядоченной пары (УП)  $z = (a, b)$  произвольных объектов  $a$  и  $b$ , через  $\text{pr}_1(z)$  и  $\text{pr}_2(z)$  обозначаем соответственно первый и второй элементы УП  $z$ :  $\text{pr}_1(z) = a, \text{pr}_2(z) = b$ . Через  $\mathcal{R}_+[S]$  обозначается множество всех функций, действующих из непустого множества  $S$  в  $\mathbb{R}_+$ , то есть множество всех неотрицательных вещественных функций на  $S$ . Если  $H$  – множество, то через  $\mathcal{P}(H)$  и  $\mathcal{P}'(H)$  обозначаем соответственно семейства всех и всех непустых подмножеств  $H$ .

Фиксируем натуральное число  $N \in \mathbb{N}, N \geq 2$ . Нашей целью является исследование перемещений следующего вида:

$$0 \rightarrow \alpha(1) \rightarrow \dots \rightarrow \alpha(N),$$

где  $\alpha$  перестановка индексов из  $\overline{1, N}$ . Мы должны посетить каждый город ровно один раз и при необходимости вернуться на базу. В дальнейшем упомянутые перестановки именуем маршрутами.

Полагаем, что выбор  $\alpha$  может быть стеснен дополнительными ограничениями (условия предшествования). Элементами  $\mathbb{K}$  являются УП, будем условно именовать первые элементы – отправителем, а вторые – получателем; сами же элементы  $\mathbb{K}$  называем адресными парами. Всюду в дальнейшем полагаем, что

$$\forall \mathbb{K}_0 \in \mathcal{P}'(\mathbb{K}) \exists z_0 \in \mathbb{K}_0: \text{pr}_1(z_0) \neq \text{pr}_2(z) \forall z \in \mathbb{K}_0$$

Тогда набор всех допустимых по предшествованию маршрутов можно записать в следующем виде:

$$\mathbb{A} \triangleq \{\alpha \in \mathbb{P} \mid \forall z \in \mathbb{K} \forall t_1 \in \overline{1, N} \forall t_2 \in \overline{1, N} \left( z = (\alpha(t_1), \alpha(t_2)) \right) \Rightarrow (t_1 < t_2)\},$$

где  $\mathbb{P} \triangleq (\text{bi})[\overline{1, N}]$ ,

имеем множество всех допустимых маршрутов в смысле условий предшествования, определяемых посредством  $\mathbb{K}$ . То есть нас интересуют только те маршруты, где для каждой адресной пары отправитель посещается раньше получателя. Таким образом,  $\mathbb{A}$  определяет множество допустимых решений формулируемой ниже задачи.

Теперь введем функцию стоимости. Предположим, что заданы две неотрицательные функции (их области определения указаны ниже), участвующие в формировании аддитивного критерия:  $c$  – стоимость перемещения, а  $f$  – терминальная функция, например стоимость возврата на базу;

$$c \in \mathcal{R}_+[\overline{0, N} \times \overline{1, N}], f \in \mathcal{R}_+[\overline{1, N}].$$

Тогда, аддитивный критерий определяется следующим образом:

$$\mathfrak{C}_\alpha \triangleq c(0, \alpha(1)) + \sum_{t=1}^{N-1} c(\alpha(t), \alpha(t+1)) + f(\alpha(N)). \quad (1)$$

В качестве основной рассматриваем задачу минимизации аддитивного критерия (1)

$$\mathfrak{C}_\alpha \rightarrow \min, \alpha \in \mathbb{A}. \quad (2)$$

Поскольку  $\mathbb{A}$  – непустое конечное множество, то задаче (1.3) сопоставляется значение (экстремум)

$$V \triangleq \min_{\alpha \in \mathbb{A}} \mathfrak{C}_\alpha \quad (3)$$

и непустое множество оптимальных допустимых маршрутов:

$$\mathbb{A}_{\text{opt}} \triangleq \{\alpha_0 \in \mathbb{A} \mid \mathfrak{C}_{\alpha_0} = V\} \in \mathcal{P}'(\mathbb{A}). \quad (4)$$

Нашей целью является определение значения  $V$  (3) и какого-либо элемента множества (4). Для решения задачи (2) используется схема независимых вычислений [15-16], базирующаяся на методе динамического программирования [17-18].

### **Построение радиационной карты помещения**

Радиальные базисные функции (РБФ) применяются во многих направлениях, таких как: топография, гидрология, геодезия, картография, геофизика, визуализация и реконструкция трехмерных объектов. Метод радиальных базисных функций является методом жесткой интерполяции, то есть поверхность проходит через заданные точки, кроме этого метод позволяет интерполировать значения выше максимальных и ниже минимальных содержащихся в исходных данных. В данной работе мы использовали этот метод для интерполяции уровня радиации по точкам с заранее измеренным уровнем радиации.

### **Схема решения на основе РБФ**

Пусть задано некоторое множество опорных точек  $x_1, x_2, \dots, x_n \subset \mathbb{R}^n$ . Радиальная базисная функция – это такая функция вещественной прямой, значение которой зависит только от расстояния от опорной точки  $x$  до некоторой другой точки  $x_i$ . Другими словами, это функция удовлетворяющая следующему условию  $\varphi(x, x_i) = \varphi_i(x) = \varphi(\|x - x_i\|), i = 1, \dots, n$ , рассматривается как радиальная базисная функция, а ее норма  $\|\varphi(x, x_i)\|$  будет определяться величиной евклидова расстояния  $|x - x_i|$ . Пусть определены значения  $y_1, y_2, \dots, y_n \in \mathbb{R}$ , на соответствующем множестве опорных точек  $x_1, x_2, \dots, x_n \subset \mathbb{R}^n$ . В качестве интерполирующей функции выбираем линейную комбинацию радиальных базисных функций

$$F(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_i(x) + \alpha_{n+1}. \quad (5)$$

Реализуя процедуру интерполяции с использованием (5), получаем систему из  $n + 1$  линейных уравнений с  $n + 1$  неизвестными коэффициентами  $\alpha_i$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \alpha_j \varphi_j(x_i) + \alpha_{n+1} = y_i = F(x_i), i = 1, \dots, n; \\ \sum_{j=1}^n \alpha_j = 0 \end{cases}$$

где  $y_i$  – значение неизвестной интерполирующей функции в точке  $x_i$ .

Выделяют ряд наиболее часто используемых на практике видов РБФ.

- 1) Linear  $\varphi = r$
- 2) Cubic  $\varphi = r^3$
- 3) Quintic  $\varphi = r^5$
- 4) ThinPlate  $\varphi = r^2 \log r$

### **Вычислительный**

Для нахождения функций стоимостей, учитывающих возможность обхода препятствий, рассматривается применение метода Дейкстры для нахождения кратчайшего пути в графе. Более подробно эта процедура описана в [12], ограничимся здесь лишь тезисным описанием процедуры.

Для оптимизации маршрута перемещения персонала при проведении работ в нестационарных радиационных полях производится предварительное пооперационное планирование работ, составляется рабочий план для каждого исполнителя. Для составления такого плана необходимо выполнить ряд предварительных работ:

- 1) Дозиметрист должен выполнить ряд замеров в помещении, в котором планируется выполнение работ.
- 2) На основании проведенных замеров выполняется построение радиационной карты помещения.
- 3) На плане помещения указываются объекты (например, оборудование, КИП), на которых работнику необходимо выполнить заданные операции.
- 4) На основе данных, полученных на 2-ом шаге, осуществляется расчёт функций стоимости перемещений между выделенными ранее объектами с учётом обхода возможных препятствий, а также терминальной функции.
- 5) Строится оптимальный маршрут посещения исполнителем всех указанных объектов с учётом возможных ограничений в виде условий предшествования.

В рамках данной работы был проведен вычислительный эксперимент, целью которого является определение оптимального количества точек измерения радиационных параметров на первом этапе вышеописанной процедуры.

Вычислительные эксперименты проводились для модельных данных и реальных помещений А и Б атомной станции. Данные для опорных точек были взяты из протоколов радиационного контроля, выполненных в вышеуказанных помещениях, а для модельных данных генерировались случайным образом в разных диапазонах значений.

Из списка точек с известным уровнем радиации случайным образом отбирается  $n$  точек для проверки, а по остальным строится радиационная карта помещения. После чего проводится сравнение уровня радиации в отобранных точках с эталонным значением. На рисунках отмечены точки с измеренным уровнем радиации, а рассчитанные значения отображены цветовой шкалой от зеленого, соответствующего минимальному уровню радиации, до красного, соответствующего максимальному.

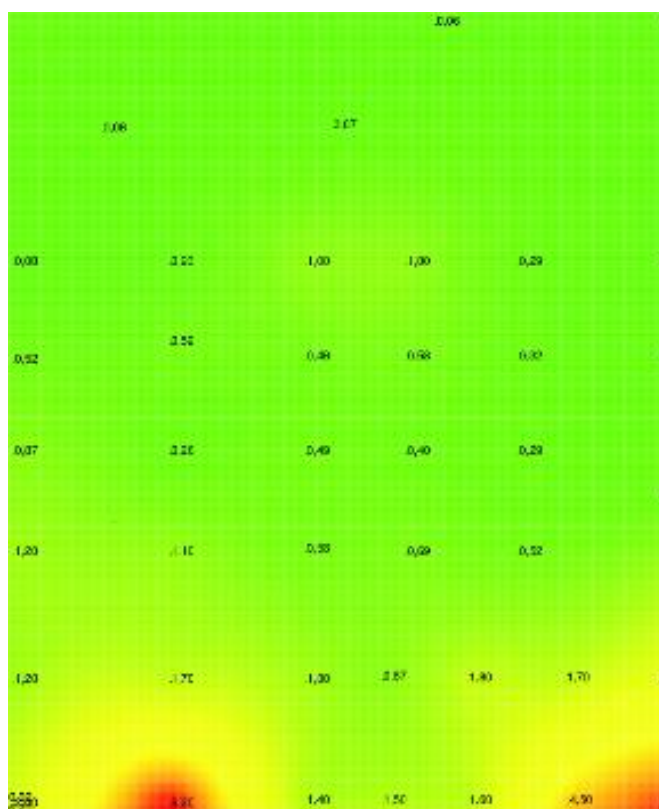


Рисунок 1 – Радиационная карта помещения А

На рисунке 1 представлен результат вычислительного эксперимента для помещения А с размерами 11,2×13,5 метров. Для представленного помещения было задано 40 опорных точек с измеренными ранее значениями мощности дозы (значения указаны на рисунке, минимальное значение 0,033 мЗв/ч, максимальное – 6,2 мЗв/ч), из которых было отобрано по 5 и 8 точек для проверки результатов моделирования. Время построения радиационной карты помещения составило 2,44 с. Для проверки зависимости результатов эксперимента от набора исходных данных, было проведено четыре вычислительных эксперимента с разным набором проверочных точек. В таблице 1 и 2 представлено среднее отклонение от значений в контрольных точках при 8 и 5 проверочных точках соответственно, для каждой радиально базисной функции.

Таблица 1– Среднее отклонение значения радиации в контрольных точках мЗв/ч

Linear	Cubic	Quintic	ThinPlate
0.443	0.571	0.681	0.467
0.420	0.572	0.837	0.464
0.930	1.032	2.241	0.726
0.300	0.455	0.764	0.358

Таблица 2 – Среднее отклонение значения радиации в контрольных точках мЗв/ч

Linear	Cubic	Quintic	ThinPlate
0.564	1.142	1.943	0.863
0.354	0.144	0.500	0.147
0.218	0.189	0.235	0.203
0.155	0.274	0.363	0.213

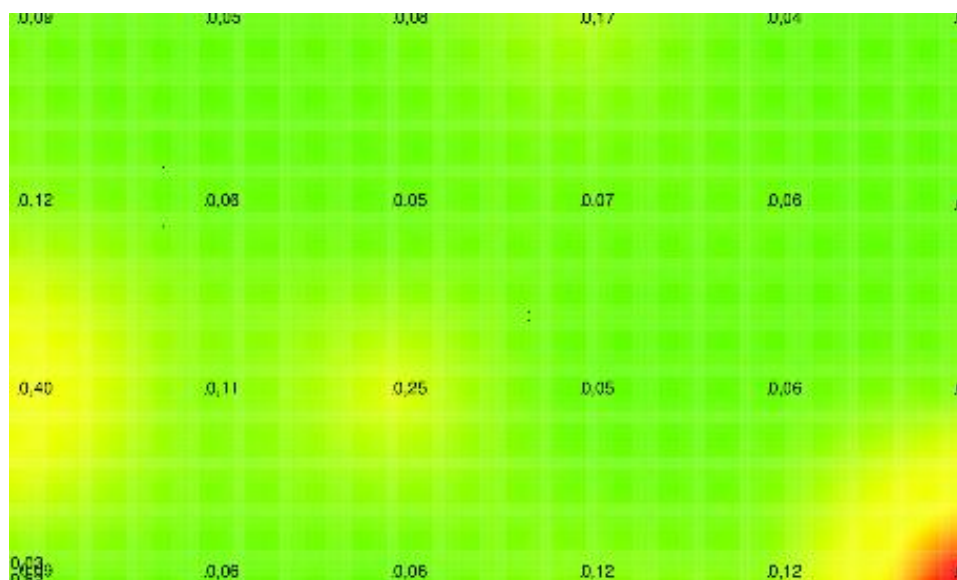


Рисунок 2 – Радиационная карта помещения Б

На рис. 2 представлен результат вычислительного эксперимента для помещения Б с размерами 11,2×6,7 метров. Для данного помещения было задано 24 опорные точки с измеренными ранее значениями мощности дозы (значения указаны на рисунке, минимальное значение 0,036 мЗв/ч, максимальное – 0,62 мЗв/ч), из которых было отобрано по 4 и 5 точек для проверки результатов моделирования. Время построения радиационной карты помещения составило 0,84 с. Для проверки зависимости результатов эксперимента от набора исходных данных, было проведено четыре эксперимента с разным набором проверочных точек. В таблице 3 и 4 представлено среднее отклонение от значений в контрольных точках при 5 и 4 проверочных точках соответственно, для каждой радиально базисной функции.



Таблица 3 – Среднее отклонение значения радиации в контрольных точках мЗв/ч

Linear	Cubic	Quintic	ThinPlate
0.125	0.181	0.102	0.034
0.174	0.182	0.148	0.051
0.211	0.180	0.160	0.135
0.164	0.181	0.128	0.032

Таблица 4 – Среднее отклонение значения радиации в контрольных точках мЗв/ч

Linear	Cubic	Quintic	ThinPlate
0.134	0.094	0.061	0.031
0.191	0.146	0.092	0.056
0.316	0.187	0.294	0.107
0.164	0.124	0.081	0.022

Для модельных данных была проведена серия вычислительных экспериментов. Случайным образом сгенерировано 10, 20 и 30 точек с заданным уровнем мощности дозы в пределах 1-5, 5-20 и 1-50 мЗв/ч. По этим точкам была рассчитана радиационная карта помещения по формуле распространения излучения, после чего по этим данным были выбраны значения в качестве опорных на регулярной сетке для моделирования методом радиальных базисных функций, с шагом 5 от 15 до 145 по  $x$ ,  $y$ . График нарастания средней ошибки в зависимости от шага сетки по всему помещению представлен на рис. 3.

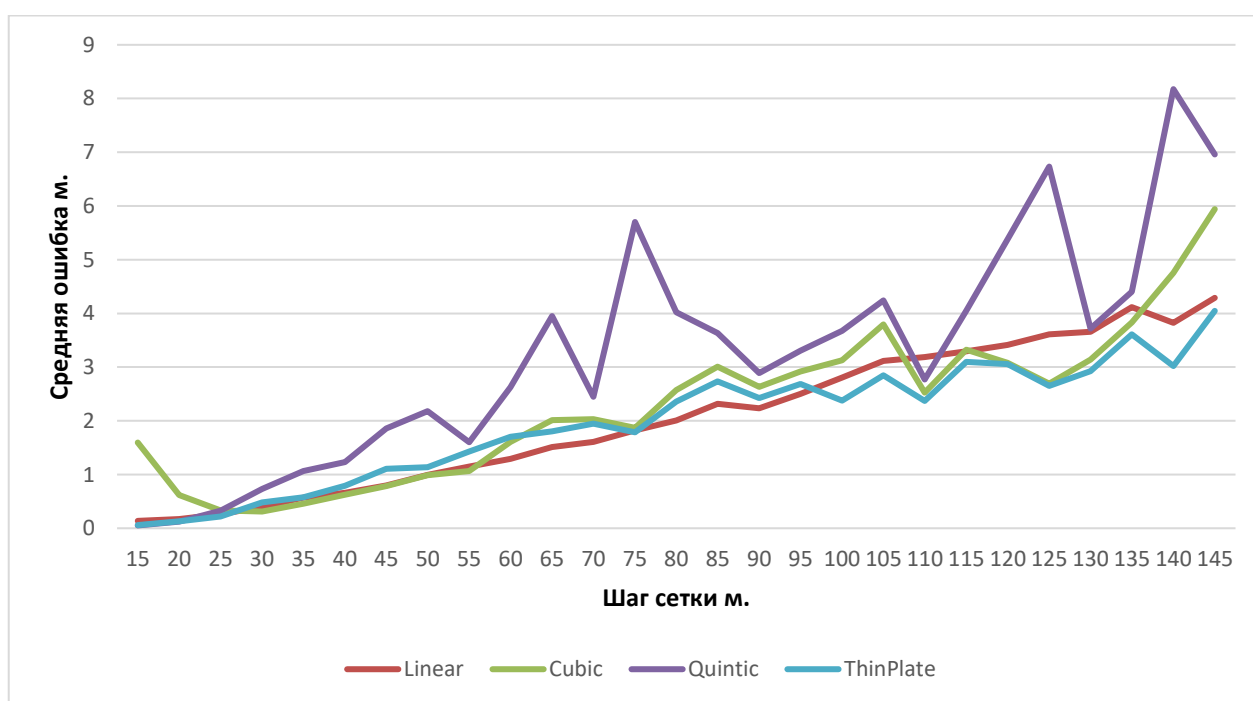


Рисунок 3– График нарастания средней ошибки (%)

Также были выполнены вычислительные эксперименты для реальных помещений А и Б атомной станции. В этих помещениях были указаны 11 (для помещения А) и 14 (для помещения Б) точек, которые необходимо посещать для оперативных действий и для планового обслуживания оборудования. Необходимо на основе этих данных построить радиационную карту помещения и рассчитать оптимальный маршрут посещения указанных точек с учетом обхода возможных препятствий. Такие вычисления выполнялись для каждой рассматриваемой радиальной базисной функции. В первом случае для построения радиационной карты помещения и оптимального маршрута использовались все опорные значения, представленные в протоколе радиационного контроля. Во втором случае, случайным образом выбрасывалось 20% опорных значений и затем уже выполнялось построение радиационной карты помещения и оптимального маршрута. Результаты вычислительных экспериментов для помещений А и Б представлены в таблицах 5 и 6.

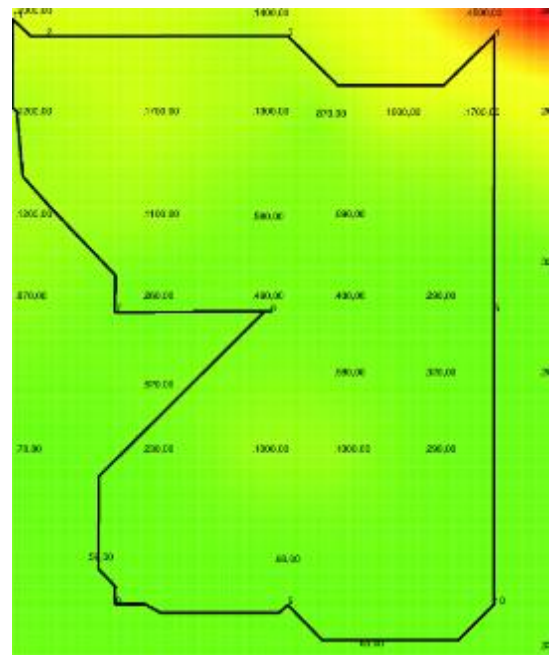
Таблица 5 – Оптимальное значение дозы облучения при посещении указанных точек помещения А (мЗв)

	Cubic	Linear	Quintic	ThinPlate
Все измерения	0,6545	0,75317	0,65227	0,67909
80% измерений	0,68572	0,80566	0,64053	0,70447
Отклонение в %	4,55	6,52	1,83	3,60

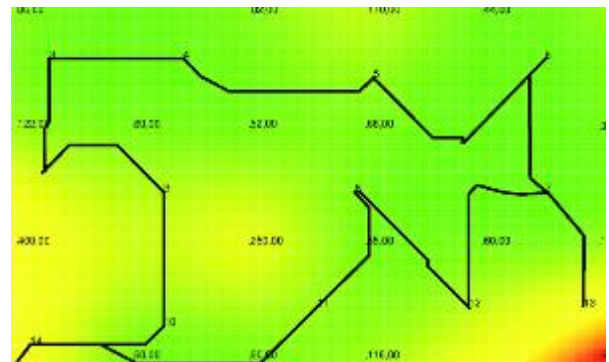
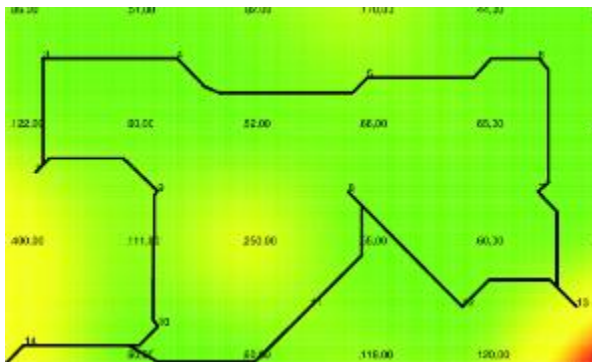
Таблица 6 – Оптимальное значение дозы облучения при посещении указанных точек помещения Б (мЗв).

	Cubic	Linear	Quintic	ThinPlate
Все измерения	8,55674	9,2007	8,40472	8,59993
80% измерений	7,97714	8,78118	7,02262	8,16382
Отклонение в %	7,27	4,78	19,68	5,34

На рисунке 4а представлен оптимальный маршрут посещения указанных в плане точек с использованием линейной радиальной базисной функции для помещения А. Слева на рисунке представлен маршрут для случая, когда использовались все опорные значения из протокола радиационного контроля, справа – при использовании 80% опорных значений.



(а)



(б)

Рисунок 4 – Оптимальный маршрут для помещений А (а) и Б (б)

На рисунке 4б представлен оптимальный маршрут посещения указанных в плане точек с использованием тонкого сплайна для помещения Б. Слева на рисунке представлен маршрут для случая, когда использовались все опорные значения из протокола радиационного контроля, справа – при использовании 80% опорных значений.

## Заключение

В данной статье мы предложили и реализовали алгоритм для построения радиационной карты помещения по заданным опорным точкам. Реализовали процедуру нахождения наименьшего по стоимости значения перемещения из одной точки в другую с учетом обхода возможных препятствий. И построили параллельный алгоритм для нахождения наименьшего по стоимости маршрута последовательного обхода всех точек, которые необходимо посетить. В основе алгоритма лежит параллельный вариант метода динамического

программирования, реализующий построение слоев функции Беллмана (построение всего массива данной функции не предполагается). Такие постановки задачи актуальны в применении для атомной энергетики в области минимизации дозы облучения персонала при проведении работ в нестационарных радиационных полях.

### **Благодарность**

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 20-08-00873.

### ***Библиографический список***

1. Ташлыков О. Л. Ремонт оборудования атомных станций : учебник / О. Л. Ташлыков. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2018. – 352 с. – ISBN 978-5-7996-2381-4.
2. Михайлова А. Ф. Пути реализации принципа оптимизации в радиологической защите персонала / А. Ф. Михайлова, О. Л. Ташлыков // Ядерная физика и инжиниринг. – 2018. – Т. 9, № 4. – С. 393–401.
3. Коробкин В. В. Методы маршрутизации и их приложения в задачах повышения эффективности и безопасности эксплуатации атомных станций : монография / В. В. Коробкин, А. Н. Сесекин, О. Л. Ташлыков, А. Г. Ченцов ; под общ. ред. И. А. Каляева. – Москва : Новые технологии, 2012. – 234 с.
4. Ташлыков О. Л. Возможности математических методов моделирования в решении проблемы снижения облучаемости персонала / О. Л. Ташлыков, А. Н. Сесекин, С. Е. Щеклеин [и др.] // Вопросы радиационной безопасности. – 2009. – № 4. – С. 47–57.
5. Ташлыков О. Л. Экспериментальное исследование защит от гамма-излучения органо-металлических композиций / О. Л. Ташлыков, С. Е. Щеклеин, А. П. Хомяков [и др.] // Глобальная ядерная безопасность. – 2015. – № 2 (15). – С. 49–55.
6. Russkikh I. M. Experimental and Theoretical Study of Organometallic Radiation-Protective Materials Adapted to Radiation Sources with a Complex Isotopic Composition / I. M. Russkikh, E. N. Seleznev, O. Tashlykov, S. E. Shcheklein // Physics of Atomic Nuclei. – 2015. – Vol. 78, Is. 12. – P. 1451–1456.
7. Балускин Ф. А. Использование метода динамического программирования для оптимизации демонтажа оборудования энергоблоков АЭС, выводимых из эксплуатации, с целью минимизации облучения / Ф. А. Балускин, А. Н. Сесекин, О. Л. Ташлыков [и др.] // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2009. – № 4. – С. 169–176.
8. Ташлыков О. Л. Разработка оптимальных алгоритмов вывода АЭС из эксплуатации с использованием методов математического моделирования / О. Л. Ташлыков, А. Н. Сесекин, С. Е. Щеклеин, А. Г. Ченцов // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2009. – № 2. – С. 115–120.

9. Grigoryev A. M. Route optimization during works in non-stationary radiation fields with obstacles. December / A. M. Grigoryev, O. L. Tashlykov // AIP Conference Proceedings. – 2019. – Vol. 2174, Is. 1. – 020216.
10. Кропачев Ю. А. Подсистема автоматизированной обработки данных нерегламентных измерений радиационной обстановки / Ю. А. Кропачев, О. Л. Ташлыков, А. Н. Сесекин [и др.] // Ядерная и радиационная безопасность. – 2019. – № 3 (93). – С. 26–35.
11. Григорьев А. М. Решение задач маршрутной оптимизации применительно к радиационно опасным объектам с использованием суперкомпьютера «Уран» / А. М. Григорьев, Е. Е. Иванко, А. Г. Ченцов [и др.] // Безопасность АЭС и подготовка кадров : XII междунар. конф. : тез. докл. (Обнинск, 4–7 окт. 2011 г.). – Обнинск : ИАТЭ НИЯУ МИФИ, 2011. – Т. 2. – С. 103–105.
12. Grigoryev A. M. Solving a routing optimization of works in radiation fields with using a supercomputer / A. M. Grigoryev, O. L. Tashlykov // AIP Conference Proceedings. – 2018. – Vol. 2015. – 020028.
13. Носов Ю. В. Особенности вывода из эксплуатации быстрых реакторов БН-350, -600 / Ю. В. Носов, А. В. Ровнейко, О. Л. Ташлыков, С. Е. Щеклеин // Атомная энергия. – 2018. – Т. 125, № 4. – С. 195–199.
14. Кропачев Ю. А. Оптимизация радиационной защиты на этапе вывода энергоблоков АЭС из эксплуатации / Ю. А. Кропачев, О. Л. Ташлыков, С. Е. Щеклеин // Известия вузов. Ядерная энергетика. – 2019. – № 1. – С. 119–130.
15. Chentsov A. G. A Scheme of Independent Calculations in a Precedence Constrained Routing Problem : Discrete Optimization and Operations Research : DOOR 2016 / A. G. Chentsov, A. M. Grigoryev // Lecture Notes in Computer Science. – 2016. – Vol. 9869. – P. 121–135.
16. Chentsov A. G. Dynamic programming method in the route problem: the scheme of independent calculations / A. G. Chentsov, A. M. Grigoryev // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. – 2016. – Vol. 17, Is. 12. – P. 834.
17. Ченцов А. Г. Экстремальные задачи маршрутизации и распределения заданий: вопросы теории / А. Г. Ченцов. – Москва ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2008. – 240 с.
18. Ченцов А. А. Элементы динамического программирования в экстремальных задачах маршрутизации / А. А. Ченцов, А. Г. Ченцов, П. А. Ченцов // Проблемы управления. – 2013. – № 5. – С. 12–21.